بسم الله الرحمن الرحيم

أساسيات الهندسة

الفرقة الثالثة – تربية أساسي- شعبة الرياضيات

هندسة المسلمات

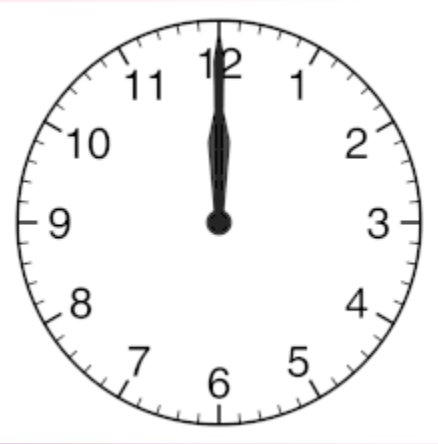
د. هدي حمدان مرداش

2019/2020

أساسيات الهندسة

هندسة المسلمات

- الهندسة الإقليدية.
- الهندسة الزائدية.
- الهندسة الناقصية.



الفصل الأول

- مكونات نظام المسلمات.
- خواص النظام الرياضي.

أنظمة المسلمات

تعريف: يقال عن نظام رياضي أنه مسلمات إذا اختيرت بعض عباراته كمسلمات (افترض صحة عبارة بدون أثبات) وأثبتت العبارات من تلك المسلمات وقواعد المنطق بشرط أن يكون عدد المسلمات أقل ما يمكن وليست متناقضة مع بعضها.

مكونات نظام المسلمات

- اللامعرفات
- المسلمات
- التعاريف
- النظريات

أولاً: اللامعرفات (غير المعروفات):

هي مجموعة من العناصر خاصة بنظام رياضي لا تحمل معني معيناً واختيارها كلا معرفات يجردها من أي صفة أو معني سواءً أكان المعني لفظياً أو حسياً.

مثال: النقطة، المستقيم، المستوي، علاقة الانتماء تمثل بعض اللامعرفات في الهندسة.

ثانياً: المسلمات:

المسلمة: هي عبارة تقبل صحتها بدون برهان وتحدد خواص أو بعض خواص اللامعرفات المستخدمة في النظام وتحكم العلاقة بينهما.

مثال: كل مما يأتي مسلمة في الهندسة الإقليدية:

- يمكن رسم مستقيم يمر بأي نقطتين مختلفتين.
- يمكن رسم موازي لمستقيم معلوم من نقطة خارجة عنه.
- الزوايا القائمة متساوية.

مسلمة من الهندسة الزائدية:

يمكن رسم موازيين علي الأقل لمستقيم معلوم من نقطة خارجة عنه.

ثالثاً: التعاريف:

هو صفة أو صفات توصف بها اللامعرفات ويشترط أن يعرف في صورة عبارة ثنائية الاشتراط.

مثال: يقال عن زاويتين أنهما متكاملتان إذا كان مجموعهما 180.
يقال عن ثلاث نقاط أو أكثر إنهما أكثر علي استقامة واحدة إذا وجد مستقيم يمر بهما جميعاً

رابعاً: النظريات (المبرهنات) والنتائج:

هي كل ما يمكن إثبات صحة من عبارات باستخدام مسلمات النظام والنتائج التي سبق الحصول عليها بأسلوب منطقي.

مثال: (مثال هندسي) ليكن M نظاماً هندسياً لا معرفاته نقطة، مستقيم، ومسلماته هي:

م1: إذا كانت $a, b \in M$ نقطتين مختلفتين فيوجد علي الأقل مستقيم وحيد يمر بهما.

م2: إذا كانت $a, b \in M$ نقطتين مختلفتين فيوجد علي الأكثر مستقيم وحيد يمر بهما.

م3: إذا كان $L, K \in M$ مستقيمين فتوجد علي الأقل نقطة واحدة مشتركة بينهما.

م4: كل مستقيم يحوي الأقل ثلاث نقاط علي الأقل.

م5: إذا كانت $L \in M$ مستقيماً فتوجد نقطة واحدة علي الأقل لا تقع عليه.

م6: يوجد علي الأقل مستقيم واحد

نظرية 1: توجد نقطة واحدة علي الأقل.

نظرية 2: إذا $L, K \in M$ مستقيمين فتوجد علي الأكثر نقطة واحدة مشتركة بينهما.

نظرية 3:

كل نقطتين مختلفتين تحددان (تعينان) مستقيم واحد فقط.

كل مستقيمين يشتركان بنقطة واحدة فقط.

خواص النظام الرياضي

1- الاتساق أو التالف أو التناسق.(شرط وجوبي)
2- الاستقلال. (شرط مرغوب فيه)
3- الاكتمال
4- التصنيف

تعريف الاتساق: يقال عن مجموعة مسلمات نظام رياضي إنها متسقة إذا لم تكن متعارضة فيما بينهما ولا يمكن استنتاج أو إثبات نظرية تناقض مع إحدى مسلمات أو نظريات أو نتائج النظام الرياضي التي سبق إثباتها.

مثال: ليكن G نظاماً هندسياً لا معرفاته هي:
نقطة، مستقيم، علامه الانتماء ومسماته هي:
م1: إذا كانت $a, b \in G$ نقطتين مختلفتين فيوجد مستقيم وحيد يمر بهما.
م2: لكل مستقيم $L \in G$ يوجد علي الأقل نقطتان مختلفتان تقعان عليه.
م3: توجد ثلاث نقاط مختلفة في G لا تقع علي استقامة واحدة.

تعريف الاستقلال: يقال عن مسلمة في نظام مسلمات إنها مستقلة إذا لم يكن نتيجة منطقية لمسلمات النظام الأخرى.

تعريف النظام المكتمل: يقال عن نظام مسلمات انه مكتمل إذا لم يكن بالإمكان إضافة مسلمة أخر الي مسلماته دون زيادة لا معرفاته بحيث النظام متسقاً ومستقلاً.

تعريف التماثل: يقال عن نظامين $M1, M2$ أنهما متماثلين وتكتب $M1 \simeq M2$ أذا وجد بينهما تماثل.

تعريف التصنيف: يقال عن نظام رياضي انه نظام تصنيفي اذا كانت جميع نماذجه متماثلة.

مثال: ليكن G نظاماً هندسياً لا معرفاته هي:
نقطة، مستقيم، علامه الانتماء ومسماته هي:
م1: إذا كانت $a, b \in G$ نقطتين مختلفتين فيوجد مستقيم وحيد يمر بهما.
م2: لكل مستقيم $L \in G$ يوجد علي الأقل نقطتان مختلفتان تقعان عليه.
م3: توجد ثلاث نقاط مختلفة في G لا تقع علي استقامة واحدة.
م4: لا توجد 4 نقاط مختلفة في G.

تذكر دائماً
إن لم تخطط لنجاحك فقد خطط لفشلك

شكراً لكم
مع أمنياتي بالنجاح والتوفيق