

١- الفرقه الرابعه اعطاء - عايبه + جوده. ايم (توبولوجيه)
 الأساس والوزن وفعال التآخيف
 سؤال وإجاب

١- عرف المفاهيم الآتيه: الأساس والوزن
 الفئه التآخيف وفعال التآخيف للفراغات
 القويولوجيه.

الإجاب: بفره (X, τ) - فراغي توبولوجيه

* العائل $\mathcal{C} \subset \tau$ من القفات ليصنوع
 قه أساس X إذا تحقق:

$$\forall G \in \mathcal{C}, \forall x \in G \exists U \in \mathcal{B} : x \in U \subset G$$

* قوه أهمف أساس للفراغي X ليكن وزن X
 ويرمز له بالرمز $w(X)$ ايم

$$w(X) = \inf \{ |\mathcal{B}| : \mathcal{B} - X \text{ أساس} \}$$

* الفئه $A \subset X$ ليكن تآخيف τ إذا كان

$$\forall x \in X, \forall U \text{ - open}, x \in U \Rightarrow U \cap A \neq \emptyset$$

ايم كل $x \in X$ تملك فقط قه أساس A أي ايم
 الفئه A تآخيف τ إذا كان:

$$[A] = X$$

ملاحظة - الفرقه الرابعه اعطاء حساب كع. ت. ا. س. (توبولوجيا)

قوة اضعف منه وانضم X تسير معامل متسقة
 X و يدعى $d(X)$ بالمتريه

$$\text{i.e. } d(X) = \inf \{ |A| : [A] = X \}.$$

ع- عرف الفراغات متناهيه اللدقيق وكذلك

الفراغات المنفصله (separable spaces)

الاجاب:

⊛ اذا احتوي الفراغ التوبولوجي
على أساس متناهيه
اللدقيق.

⊛ اذا احتوي الفراغ على فئته وانضم
نقول انه فراغ منفصل.

س- اثبت انه اذا فراغ متناهيه اللدقيق
منفصل و اعط مثال يبين انه العكس ليس صحيح.

الاجاب:

فرض X فراغ متناهيه اللدقيق

منفصل يوجد اساس β في X منظم

$$\beta = \{ u_i : i \in \mathbb{N} \}$$

اساس منظم في X .
المتريه d $a \in u_i, i \in \mathbb{N}$

م. ١- الفرقة الرابعة اقتصاد حاسب + ٤. ت. أ. س. (توجد في)

هذا الفراغي هو $\beta = \{ \{x\} : x \in X \}$ لذلك

$w(X) = |X|$ وسيكون (X, e^X) تثنائية اللدقيق فقط

إذا كانت لغة X مفرقة.

على سبيل المثال: الفراغي (N, e^N)

تثنائية اللدقيق بينما $([0,1], [0,1])$

ليست تثنائية اللدقيق.

⊗ اللغة المتأنفة الوحيدة (X, e^X) هي X

لأن $A \subset X$ يكون $[A] = A$.

لذلك الفراغي سيكون مفضلاً (X)

صين X مفرقة.

الفراغي (R, τ) : فراغي تثنائية اللدقيق ومفضلاً

تثنائية اللدقيق لوجود أساس مفرقة

وهو $\beta = \{ (-\infty, r) : r \in \mathbb{Q} \}$

ومفضلاً لأنه كل الفترات الغير محدودة
منه المغلقة تكون مائتفة وبالاعتماد

الفترات المرفقة الغير محدودة من المغلقة

مثل $\{ -1, -2, \dots \}$ $\{ 0, 1, 2, \dots \}$

ص: الفرقه الرابعه اصحاب حساب + 2-5-10-15 (توبولوجيا)

-5-

⊙ الفراغ (X, τ) - الأساس ذو الصفر مؤه هو

لذلك $\beta = \{X\}$ و τ فقط أساس τ
 $W(X, \tau) = 1$

ف (X, τ) أساس فريد على A فاليه $A \supset X$ فتنف X
 $[A] = X$

لذلك الفئه المتانف ذو الصفر مؤه هو
 الفئه المتانف τ على X (لذلك)
 $d(X, \tau) = 1$.

⊙ الفراغ (X, τ_{x_0}) حيث $|X| > 1$ و $x_0 \in X$

$$\tau_{x_0} = \{A \subset X : x_0 \notin A\} \cup \{X\}$$

$$= e^{X \setminus \{x_0\}} \cup \{X\}$$

أصغر أساس ذو الصفر مؤه هو

$$\beta = \{\{x\} : x \neq x_0\} \cup \{X\}$$

لذلك الفراغ يكون متانف الدقيق عند ما يكون X فتنف
 مرصه.

عند البحث عن الفئات المتانف كل الفئات المتانف

$$[A] = A \text{ if } x_0 \in A$$

$$= A \cup \{x_0\} \text{ if } x_0 \notin A$$

الفئات المتانف X حيث $X \setminus \{x_0\}$

١٠٤ - الفرقة الرابع احصاء - حاسب + ع . ق . ا . س (توبولوجيا)

لذلك في حالة X غير ممتدة أصغر منه فاشتمل على
 لا قوة = $|X| - 1$

في حالة X فترادج فيه فإيه أصغر منه فاشتمل
 لا قوة كما هو قوة X

لذلك $d(X) = X$ والفواحي منتهى في حالة X منتهى

نظرية - ٥
 بفرصه $X = \{a, b, c\}$ و $A = \{a, c\}$ منتهى

في X عدد $A' \subseteq [A]$ و $\text{int } A$ و $\text{bd } A$
 إذا قلنا على X التوبولوجيا

(i) $\mathcal{T} = \{X, \emptyset, \{a, c\}\}$ (ii) $\mathcal{T} = \mathcal{T}_0$

(iii) $\mathcal{T} = \{X, \emptyset, \{a\}\}$
 (iv) $\mathcal{T} = \{X, \emptyset, \{b\}, \{a\}, \{a, b\}\}$

الحل:
 (i) من تعريف \mathcal{T} واضح أن A منتهى
 لذلك $\text{int } A = A$ ومن تعريف الفناء
 المطلقة ومن فناء \mathcal{T} على X نجد أن

$$\text{bd } A = [A] - \text{int } A \text{ ويكون } [A] = X \text{ و } \text{int } A = A = \{a, c\} \\
 \text{فـ } \text{bd } A = X \setminus \{a, c\} = \{b\}$$

كأن $A' = X$ وذلك بالتأكد من تعريف X هو
 تعريف A'

$$\text{int } A = \{a\} \subset A,$$

(iv)

٤١ - الفرقه الرابعه - معادله + ٤ . ن . ا . س (توبولوجيا)

نلاحظ ان $\text{int} A \subset A$ ، النقطة $C \in A$ ، ولكن لا يمكن
 فقط داخله A ، لان لا يوجد فنز متروم
 كتوى C و كتواه A ، الفنز المتروم
 (لو صيده ان كتوى C هو X ، $X \not\subset A$.

الفنز $A = \{a, c\}$ مقلقه بالنسبه للتوبولوجيا
 حيث $\{b\}$ مقلقه التوبولوجيا

$$\{b\} = \{a, c\}.$$

و فنز $[A] = A$ ، لذلك

$$\text{bd} A = [A] - \text{int} A = \{a, c\} - \{a\} = \{c\}.$$

حيث ان A فنز مقلقه فان كتوى فقط
 تراكيل ، و حيث ان يوجد فنز مقلقه $\{a\}$
 مضمون فانه $a \in A$ ، لغت مما لدا فانت
 لدا فنز المضمون (لو صيده ان كتوى C

$$X \cap A \setminus \{c\} = X \cap \{a\} \sim \text{حيث ان} \\ = \{a\} \neq \emptyset , \\ \text{فانه } A = \{c\}$$

ببق السؤال بالمثل .

٤٢ - اكتب اساس ل \mathbb{R} مع R مرقم و آخر

$$\text{الاجاب: } \mathbb{R} = \{(-\infty, a) : a \in \mathbb{R}\} \cup \{\mathbb{R}, \emptyset\}$$

$$\{(-\infty, a) : a \in \mathbb{R}\}$$

رصدع اساس
 و كذا

١٣ - الفرقة الرابع اقتصاد - صايب + ٤٠٠٠ أنس توبولوجي

- 8 -

وكذلك $B = \{(-\infty, r) : r \in \mathbb{Q}\}$
 محتويات R و $|B| = |\mathbb{Q}| = \aleph_1$

وتنقسم قوى الأساس إلى قسمين مساويين
 لقوة R و R فتميز فرقة من الأساسات
 بميز فرقة.

٧ - اعداد كل ما في ص ٤٩

(١) عائلة الفئات تتألف من النقط على R فتميز اقتنائه
 بالإضافة للنقط والفقير الثاني لا عقل توبولوجي
 على X لا X كتور أكثر من نقطتين
 $U = \{x, y\}$ ، $V = \{y, z\}$
 $U \cap V = \{y\}$ ليست مغلقا في هذه العائلة
 من حالة اعداد X على R فتميز مقت
 العائلة المتكاملة على R التوبولوجي الثاني
 $X = \{a, b\}$ ، $\mathcal{C} = \{X, \emptyset\}$

(2) أيضا لا عقل توبولوجي R^2 فتميز مقت العائلة
 عائلة الخطوط المتشعبة على R^2 فتميز مقت
 إلى R^2 ، \mathcal{C} فتميز مقت العائلة
 العائلة R^2 فتميز مقت العائلة
 فتميز مقت العائلة

$$L_1 = \{(x, y) \in R^2 : x = y\}$$

$$L_2 = \{(x, y) \in R^2 : x = -y\}$$

$$L_1 \cap L_2 = \{(0, 0)\}$$

3 - عائلة كل اعداد R^2 فتميز مقت العائلة
 كعدد اعداد R^2 فتميز مقت العائلة
 $a, b \in R$ ، $[a, b] \times R$ فتميز مقت العائلة
 $\mathcal{C} = \{[a, b] \times R : a, b \in R\}$
 فتميز مقت العائلة توبولوجي