الفَصْلُ الخَامِسُ

﴿ مُلَخَّصُ البَحْثُ وتَوصْياتُهُ ﴾

(٥-١) مُلخص البحث.

(٥-٢) توصيات البحث.

(٥-٣) بحوث ودراسات مُقترحة.

الفَصْلُ الخَامِسُ
﴿ مُلَخَّصُ البَحْثُ وتَوصْياتُهُ ﴾

(٥-١) مُلخص البحث:

إن التطور الكبير في مجالات المعرفة المُختلفة في القرن الحادي والعشرين، أحدث تحولاً في أهداف التعليم بصفة عامة، وأهداف تعليم وتعلم الرياضيات على وجه الخصوص، فأصبح الهدف الأساسي من تعليم الرياضيات هو أن يتعلم الطالب كيف يحل مُشكلات الحياة اليومية، بدلاً من حفظ نظريات شكلية، ثم يتدرب عليها في حل مُشكلات روتينية غير مُرتبطة بالواقع.

ولذلك تسعى المناهج التربوية الحديثة الخاصة بتعليم وتعلم الرياضيات إلى تقديمها كموضوع مفتوح على المعارف والعلوم المُختلفة دون أن تكون مُقيدة بعالم الرموز والمُجردات، وذلك باعتماد طرق ومداخل تدريسية تُقدم المعارف الرياضية من خلالها في سياقات واقعية وحقيقية، بعيداً عن التجريد والشكلية، فما هو مُجرد وشكلي لا يُعطي فرصاً للتعليم.

وتُعتبر النمذجة الرياضية Mathematical Modeling أحد أهم العمليات التي يُمكن أن تُساعد بها الرياضيات في حل المُشكلات غير الرياضية Non-Mathematical Problems التي تواجه الأفراد والمُجتمعات سواء كانت هذه المُشكلات حقيقية أم عملية، فمن خلال النموذج الرياضي يمكن حل المُشكلة الواقعية وفهم العالم من حولنا.

ويأتي تضمين إحدى الرياضيات التي لها تطبيقات واقعية مُباشرة (نظرية الجراف) كمُحتوى وكطريقة في جبر المرحلة الثانوية بمثابة مدخل يمكن من خلاله تنمية مهارات النمذجة الرياضية، وتقليل التجريد الذي يتمتع به الجبر لدى طلاب المرحلة الثانوية.

فالتكامل بين الجبر ومجالات المعرفة الأخرى لهو من دواعي تطوير جبر المرحلة الثانوية، لذلك وجب تضمينه بموضوعات تُساعد في حل مُشكلات الواقع الحياتي، بالإضافة إلى المعارف الخطية التي تحفل بها المُقررات الحالية، فتدريس الجبر عن طريق نظرية الجراف يُعتبر خطوة للنزول بالجبر المجرد إلى أرض الواقع، وبالتالي إتاحة فرصة أكبر لإكساب مهارات النمذجة الرياضية لطلاب المرحلة الثانوية.

فهي – أي نظرية الجراف – تهتم بدراسة الرسوم الرياضية المُستخدمة في نمذجة العلاقات بين الشبكات من خلال الرؤوس والحواف، بالإضافة إلى كيفية إستخدام هذه الرسوم في حل مُشكلات حياتية مُعقدة ومُحاولة تقديم تفسير لتلك الحلول، ولذلك فإنها تُساهم في تقليل الفجوة بين النظرية والتطبيق وربط الفرد بالعالم الواقعي ومُشكلاته، كما أن دراسة خصائص هذه الأشكال من المنظور الرياضي من شأنه أن يُساعد في تنمية أنماط التفكير المُختلفة لدى المُتعلمين كالتفكير الإبداعي، والتخيلي، وكذلك التفكير الجبري (Nabiyev, V. V, 2016).

(٥-١-١) مُشكلة البحث وتساؤلاته:

من خلال أدبيات البحث، والدراسات السابقة، وتوصيات المؤتمرات، وخبرة الباحث من خلال عمله مُعلماً للرياضيات بالمرحلة الثانوية، إتضح وجود ضعف في مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي، وعزوف الطلاب عن دراسة الجبر، وكذلك وجود ضعف في مُستوى الطلاب في مادة الجبر؛ وذلك نظراً لوجود فجوة بين الجبر المُجرد وتطبيقاته في الواقع الحياتي؛ مما أدى إلى صعوبة في تدريسه، كما يفتقر المُقرر إلى مُواكبة التطورات الحديثة في مجال الرياضيات من حيث تضمينه بالرياضيات التي لها تطبيقات واقعية والتي قد تدعم تنمية مهارات النمذجة الرياضية والتحصيل والاتجاه نحوه الجبر لدى الطلاب.

وللإسهام في حل هذه المُشكلة قام الباحث بإقتراح برنامج قائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر لتنمية تلك المهارات والاتجاه نحو المادة وكذلك التحصيل لدى طلاب المرحلة الثانوية.

وبالتالي فقد حاول الباحث حل هذه المُشكلة من خلال الإجابة على السؤال الرئيس التالي:

ما البرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر؟ وما فعاليته في تنمية مهارات النمذجة الرياضية والإتجاه نحو الجبر والتحصيل لدى طلاب المرحلة الثانوية؟

ويتفرع من هذا السؤال الرئيس الأسئلة الفرعية التالية:

(١)ما مهارات النمذجة الرياضية اللازمة لطلاب الصف الأول الثانوي؟

(٢)ما أسس بناء البرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر لتنمية بعض مهارات النمذجة الرياضية والاتجاه نحو الجبر لدى طلاب المرحلة الثانوية؟

(٣)ما صورة البرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر لتنمية بعض مهارات النمذجة الرياضية والاتجاه نحو الجبر لدى طلاب المرحلة الثانوية؟

(٤)ما فعالية البرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية؟

(٥)ما فعالية البرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية الاتجاه نحو المادة لدى طلاب الصف الأول الثانوي؟

(٦)ما فعالية البرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية التحصيل لدى طلاب الصف الأول الثانوي؟

(٧)ما نوع العلاقة الإرتباطية بين درجات طلاب المجموعة التجريبية في التحصيل ودرجاتهم في كلٍ من: إختبار مهارات النمذجة الرياضية ومقياس الإتجاه نحو الجبر.

(٥-١-٢) أهداف البحث:

سعى البحث إلى تحقيق الأهداف التالية:

(١)تحديد مدى فعالية البرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية بعض مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية.

(٢)تحديد مدى فعالية البرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية الاتجاه نحو الجبر لدى طلاب المرحلة الثانوية.

(٣)تحديد مدى فعالية البرنامج المُقترح القائم على إستخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية التحصيل لدى طلاب المرحلة الثانوية.

(٤)معرفة نوع العلاقة بين التحصيل في البرنامج المُقترح وبين كل من مهارات النمذجة الرياضية والإتجاه نحو الجبر.

(٥-١-٣) أهمية البحث:

أولاً: بالنسبة للطلاب:

(١)المُساهمة في تضييق الفجوة بين النظرية والتطبيق أي إبراز تطبيقات الرياضيات وبخاصة الجبر في حل مُشكلات العالم الحقيقي.

(٢)التقليل من التجريد الذي يتمتع به الجبر عن طريق تكامله مع مُحتوى جديد من الرياضيات التي لها تطبيقات واقعية مُباشرة (نظرية الجراف)؛ بُغية تسهيل دراسته.

(٣)تنمية بعض مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

(٤)تنمية الاتجاه نحو الجبر لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

(٥)تنمية التحصيل في الجبر لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

(٦)تعزيز بيئة التعلم من خلال تدريس تطبيقات رياضية وأنشطة قائمة على رياضيات لها تطبيقات واقعية مُباشرة (نظرية الجراف).

ثانياً: بالنسبة للمُعلمين:

(١)تحديد بعض مهارات النمذجة الرياضية اللازمة لطلاب الصف الأول الثانوي، ووضع قائمة بتلك المهارات تُفيد المُعلمين أثناء التدريس لتنمية تلك المهارات لدى الطلاب.

(٢)تقديم دليل للمُعلم للمُساعدة في تدريس الجبر وبخاصة موضوع المصفوفات عن طريق التكامل مع رياضيات لها تطبيقات واقعية مُباشرة (نظرية الجراف).

ثالثاً: في مجال صناعة المناهج وإعداد المواد التعليمية:

(١)تقديم البرنامج للقائمين على تطوير الرياضيات، حيث سيُساعد على تقديم مُحتوى جديد في الرياضيات التي لها تطبيقات واقعية مُباشرة لطلاب المرحلة الثانوية وذلك أكثر إرتباطاً بالواقع وله تطبيقات عديدة في العالم الحقيقي، مما يجعل دراسة الرياضيات وبخاصة الجبر أكثر مُتعة ويزيد من الدافعية للتعلم.

(٢)تقديم قائمة بمهارات النمذجة الرياضية التي يمكن تنميتها من خلال دمج نظرية الجراف مع جبر المرحلة الثانوية، واستخدام تلك النظرية في تدريسه.

رابعاً: بالنسبة للباحثين:

(١)فتح المجال أمام بحوث ودراسات لتطوير تدريس فروع الرياضيات الأخرى بتضمينها رياضيات لها تطبيقات واقعية.

(٢)فتح المجال أمام بحوث ودراسات حول تنمية مهارات النمذجة الرياضية والاتجاه نحو الجبر والتحصيل في المراحل الدراسية الأخرى.

(٣)إعداد أدوات بحثية وهي: إختبار في مهارات النمذجة الرياضية، ومقياس اتجاه نحو الجبر، واختبار تحصيلي في البرنامج المُقترح لطلاب الصف الأول الثانوي.

(٥-١-٤) حدود البحث:

إقتصر البحث على الحدود الآتية:

١- الحدود الموضوعية:

- اقتصر البحث على بعض مهارات النمذجة الرياضية اللازمة لطلاب الصف الأول الثانوي، والتي تتناسب مع هؤلاء الطلاب، وهذه المهارات هي (فهم المُشكلة، التخطيط لحل المُشكلة، حل النموذج وتفسير الحل، التأكد من صحة النموذج وتعميمه)، كما يشتمل الإختبار التحصيلي على مُستويات التذكر والإستيعاب (الفهم والتطبيق) ومهارات عليا.
- وحدة المصفوفات (الجبر) بكتاب الرياضيات المُقررة على طلاب الصف الأول الثانوي.

٢- **الحدود المكانية:** اقتصر البحث على طلاب الصف الأول الثانوي العلمي بمدرسة اللواء عبد السلام أبو النجا الثانوية المُشتركة بإدارة تمي الأمديد بمحافظة الدقهلية.

٣- **الحدود الزمنية:** تم تطبيق تجربة البحث الحالي فى الفصل الدراسى الثاني من العام الدراسي (٢٠١٨/٢٠١٧)، ولمدة ستة أسابيع، بواقع حصتين ونصف أسبوعياً.

(٥-١-٥) فروض البحث:

تم اختبار الفروض التالية:

١. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لإختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح المجموعة التجريبية.

٢. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لإختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح التطبيق البعدي.

٣. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الاتجاه نحو الجبر (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح المجموعة التجريبية.

٤. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لمقياس الاتجاه نحو الجبر (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح التطبيق البعدي.

٥. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لإختبار التحصيل في البرنامج المُقترح (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح المجموعة التجريبية.

٦. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لإختبار التحصيل في البرنامج المُقترح (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح التطبيق البعدي.

٧. توجد علاقة إرتباطية موجبة دالة إحصائياً عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين درجات المجموعة التجريبية في الإختبار التحصيلي في البرنامج المُقترح وإختبار مهارات النمذجة الرياضية.

٨. توجد علاقة إرتباطية موجبة دالة إحصائياً عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين درجات المجموعة التجريبية في الإختبار التحصيلي في البرنامج المُقترح ومقياس الإتجاه نحو الجبر.

(٥-١-٦) مواد وأدوات البحث:

قام الباحث بإعداد المواد والأدوات التالية:

أولاً: مواد البحث:

١) قائمة بمهارات النمذجة الرياضية اللازمة لطلاب الصف الأول الثانوي.

٢) برنامج قائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر والذي اشتمل على المادتين التاليتين:

أ) دليل الطالب: واشتمل على مجموعة من الدروس بما تتضمنه من معلومات وأنشطة تعليمية مُصممة في ضوء نظرية الجراف، وتدريس وحدة المصفوفات المُقررة على طلاب الصف الأول الثانوي في ضوء تلك النظرية أيضاً.

ب) دليل المُعلم: لكيفية تدريس كتاب الطالب.

ثانياً: أدوات البحث:

١) اختبار مهارات النمذجة الرياضية. (من إعداد الباحث)

٢) مقياس الاتجاه نحو الجبر. (من إعداد الباحث)

٣) اختبار تحصيلي في البرنامج المُقترح. (من إعداد الباحث).

(٥-١-٧) منهج البحث:

أُستخدم في هذا البحث المنهج شبه التجريبي؛ لتحديد فعالية برنامج مُقترح قائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر لتنمية مهارات النمذجة الرياضية، والاتجاه نحو الجبر وكذلك التحصيل لدى طلاب المرحلة الثانوية.

ويوضح الشكل التالي التصميم شبه التجريبي – التصميم القبلي / البعدي – لمجموعتين متكافئتين، وهما:

المجموعة التجريبية: تمثل مجموعة من طلاب الصف الأول الثانوي درسوا وحدة المصفوفات بالتكامل مع نظرية الجراف وفق البرنامج المُقترح.

المجموعة الضابطة: تمثل مجموعة من طلاب الصف الأول الثانوي الذين درسوا وحدة المصفوفات بدون تكاملها مع نظرية الجراف، والشكل التالي يوضح التصميم شبه التجريبي الذي تم اتباعه خلال البحث:

شكل (٢٩)

(التصميم شبه التجريبي لمنهج البحث)

(٥-١-٨) مُتغيرات البحث:

اشتمل البحث على المُتغيرات التالية:

- **المُتغير المُستقل:** برنامج مُقترح قائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر.
- **المُتغيرات التابعة:** (مهارات النمذجة الرياضية – الاتجاه نحو الجبر – التحصيل في البرنامج).

(٥-١-٩) مُصطلحات البحث:

البرنامج Programme:

يُعرف بأنه: مجموعة من الدروس التعليمية المُصممة بطريقة مُترابطة قائمة على تكامل الجبر (وحدة المصفوفات) مع نظرية الجراف، والمُتضمنة مجموعة من الخبرات والأنشطة وأساليب التدريس والتقويم المُتنوعة بهدف تنمية مهارات النمذجة الرياضية اللازمة لطلاب المرحلة الثانوية، والتحصيل في الجبر، وكذلك الاتجاه نحوه.

نظرية الجراف Graph theory:

تُعرف بأنها: نظام رياضي عصري له لغته الخاصة الذي يعتمد فيها على رسوم (تمثيلات) كنماذج للعلاقات في مجالات مُتعددة، كما أن لها ارتباطات واسعة بالطبيعة ومُعظم المجالات المعرفية والرياضية والإنسانية، حيث أنها ساعدت في حل مُشكلات كانت محل بحث من الرياضيين على مر الزمن وبحلها ساهم في تطور رياضيات لها تطبيقات واقعية، كما أن لها خصائص ذاتية تُثير الإبداع لدى دارسيها، ولها تطبيقات في مُختلف العلوم كالطب والكيمياء وعلوم الحاسب مما جعلها حلقة وصل بين مُختلف العلوم.

النمذجة الرياضية Mathematical Modeling:

تُعرف بأنها: عملية تحويل مُشكلة من الواقع إلى مُشكلة رياضية يمكن التعامل معها بلغة الرياضيات وحلها واختبار نتائج الحل في الموقف الحياتي، مما يتيح التنبؤ والتوصل إلى تعميمات جديدة، وقد يكون النموذج الرياضي عبارة عن مُعادلات أو مُتباينات أو مصفوفات أو أشكال هندسية أو رسوم بيانية،....، وتقاس بالدرجة التي يحصل عليها الطلاب في اختبار النمذجة الرياضية المُعد من قبل الباحث.

الاتجاه Attitude:

يُعرف الاتجاه نحو الجبر بأنه: استجابة طالب المرحلة الثانوية أو استعداده نحو قبول أو رفض أو المُحايدة تجاه موضوعات الجبر، ويتحدد بالدرجة التي يحصل عليها في مقياس الاتجاهات.

(٥-١-١٠) خطوات البحث:

للإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث والذي ينص على: "**ما مهارات النمذجة الرياضية اللازمة لطلاب الصف الأول الثانوي؟**" فقد تم إتباع التالي:

١. الإطلاع على الأدب التربوي والدراسات السابقة التي إهتمت بالنمذجة الرياضية وتم استخلاص قائمة بمهارات النمذجة الرياضية.
٢. تم عرض هذه القائمة على مجموعة من المُحَكَمين لمعرفة مدى مُناسبتها لطلاب الصف الأول الثانوي، وإجراء التعديلات في ضوء آرائهم.
٣. في ضوء ما سبق تم الوصول للصورة النهائية للقائمة.

للإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة البحث والذي نص على: " **ما أُسس البرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر لتنمية مهارات النمذجة الرياضية والاتجاه نحو المادة والتحصيل لدى طلاب المرحلة الثانوية؟**" فقد تم الإطلاع على الأدب التربوي وتجارب بعض الدول العربية والأجنبية في تطوير تدريس الرياضيات بصفة عامة والجبر على وجه الخصوص، بهدف تحديد:

١. أهداف تدريس الرياضيات بالمرحلة الثانوية.
٢. ماهية الرياضيات التي لها تطبيقات واقعية وطبيعتها.

٣. أهمية تطوير تدريس جبر المرحلة الثانوية في ضوء التوجهات العالمية المُعاصرة والمُنادية بتضمين وتكامل رياضيات لها تطبيقات واقعية مع جبر المرحلة الثانوية.
٤. مفهوم النمذجة الرياضية ومهاراتها، والتطبيقات الرياضية، والاتجاه.
٥. في ضوء ما سبق تم استخلاص أُسس البرنامج المُقترح، بعد عرضها على السادة المُحَكَمين وإجراء التعديلات في ضوء آرائهم.

للإجابة عن السؤال الثالث: "**ما صورة البرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر لتنمية مهارات النمذجة الرياضية والاتجاه نحو المادة والتحصيل لدى طلاب المرحلة الثانوية؟**"، فقد تم اتباع ما يلي:

١. تحديد الأهمية التربوية للرياضيات التي لها تطبيقات واقعية وبخاصة نظرية الجراف، وعلاقتها بفروع الرياضيات المُختلفة.
٢. إعداد التصور المُقترح للبرنامج القائم على تضمين نظرية الجراف بالجبر وتدريسه في ضوئها وذلك في ضوء الأسس والموضوعات الرياضية التي تم استخلاصها من الأدب التربوي.
٣. عرض البرنامج على السادة المُحَكَمين بهدف ضبطه، مع إجراء التعديلات المُقترحه في ضوء آرائهم.
٤. إعداد دليل الطالب ليتضمن مجموعة من الدروس لطلاب الصف الأول الثانوي، وذلك استناداً على آراء السادة المُحَكَمين ووفقاً للأسس التي تم تحديدها، حيث تم مُراعاة ما يلي:
   - تضمين دروس البرنامج بمهارات النمذجة الرياضية التي تم تحديدها.
   - تضمين خطوات التعامل مع المُشكلات بالتدريبات والأنشطة والأمثلة.
   - مُراعاة التسلسل المنطقي في عرض مُحتوى دروس البرنامج.
   - وضع المُحتوى والصور والرسوم في قوالب الصفحات بشكل مُناسب.
   - إضافة هوامش توضيحية للطالب كلما أمكن ذلك.
٥. إعداد دليل المُعلم لتدريس دروس البرنامج مُتضمناً كيفية تدريس وحدة المصفوفات في ضوء نظرية الجراف، مع مُراعاة خصائص نمو الطلاب واحتياجاتهم بالمرحلة الثانوية، وكذلك توظيف استراتيجيات ووسائط التعليم وأساليب التقويم المُناسبة، حيث تم عرض الدليل على السادة المُحَكَمين وإجراء التعديلات اللازمة في ضوء آرائهم.

للإجابة على السؤال الرابع: "**ما فعالية البرنامج المُقترح القائم على إستخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي؟**"

وكذلك للإجابة عن السؤال الخامس من أسئلة البحث والذي نص على: **"ما فعالية البرنامج المُقترح القائم على إستخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية الإتجاه نحو الجبر لدى طلاب الصف الأول الثانوي؟"**

والسؤال السادس والذي نص على: **"ما فعالية البرنامج المُقترح القائم على إستخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية التحصيل لدى طلاب الصف الأول الثانوي؟"**

والسؤال السابع والذي نص على: **"ما نوع العلاقة الإرتباطية بين درجات طلاب المجموعة التجريبية في التحصيل وكل من درجاتهم في: إختبار مهارات النمذجة الرياضية ومقياس الإتجاه نحو الجبر؟"**

فقد تم اتباع ما يلي:

١. إعداد أدوات القياس والتي تتمثل في: اختبار مهارات النمذجة الرياضية، ومقياس الاتجاه نحو الجبر، والإختبار التحصيلي في البرنامج المُقترح.
٢. التأكد من صدق وثبات أدوات القياس بعرضها على السادة المُحَكَمين مع إجراء التعديلات في ضوء آرائهم.
٣. تطبيق أدوات القياس على عينة إستطلاعية لتقنينها.
٤. التطبيق القبلي لأدوات القياس على مجموعتي البحث (تجريبية وضابطة).
٥. التطبيق الميداني للبرنامج المُقترح على المجموعة التجريبية، بينما تُدرس المجموعة الضابطة المُقرر القائم وبالطريقة التقليدية.
٦. التطبيق البعدي لأدوات القياس على مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة).
٧. مُعالجة درجات طلاب مجموعتي البحث في التطبيقين القبلي والبعدي لأدوات القياس، وذلك باستخدام الأساليب الإحصائية المُناسبة.
٨. في ضوء النتائج التي تم الوصول إليها، تم مُناقشة أسئلة وفروض البحث وحساب حجم تأثير البرنامج المُقترح.
٩. تقديم التوصيات والمُقترحات في ضوء النتائج التي تم التوصل إليها.

(٥-١-١١) نتائج البحث:

توصل البحث إلى النتائج التالية:

١. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لإختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح المجموعة التجريبية.
٢. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لإختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح التطبيق البعدي.

٣. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الاتجاه نحو الجبر (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح المجموعة التجريبية.

٤. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لمقياس الاتجاه نحو الجبر (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح التطبيق البعدي.

٥. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لإختبار التحصيل في البرنامج المُقترح (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح المجموعة التجريبية.

٦. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لإختبار التحصيل في البرنامج المُقترح (الأبعاد والدرجة الكلية)، وذلك لصالح التطبيق البعدي.

٧. توجد علاقة إرتباطية موجبة دالة إحصائياً عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين درجات المجموعة التجريبية في الإختبار التحصيلي في البرنامج المُقترح وإختبار مهارات النمذجة الرياضية.

٨. توجد علاقة إرتباطية موجبة دالة إحصائياً عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين درجات المجموعة التجريبية في الإختبار التحصيلي في البرنامج المُقترح ومقياس الإتجاه نحو الجبر.

(٥-٢) توصيات البحث:

في ضوء ما أسفر عنه البحث من نتائج، يُمكن تقديم التوصيات التالية:

١) أظهرت نتائج البحث وجود أثر إيجابي للبرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية التحصيل ومهارات النمذجة الرياضية، وتحسين اتجاهات الطلاب نحو مادة الجبر، لذلك فإن الباحث يوصي باستخدام نظرية الجراف في تدريس فروع الرياضيات الأخرى كالإحصاء (الإحتمالات)، والتوبولوجي.

٢) استخدام مداخل تدريسية أخرى قائمة على معياري التمثيل والترابط الرياضي لتدريس مادة الجبر.

٣) تدريب المُعلمين قبل وبعد الخدمة على كيفية تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية باستخدام مداخل تدريسية مُتنوعة.

٤) إظهار الروابط بين فروع الرياضيات بعضها البعض، كالروابط بين المنطق العادي والمنطق الفازي، والهندسة المُستوية وهندسة الفركتال، ونظرية الجراف والإحتمالات.

٥) الإهتمام بتقديم مفاهيم وتعميمات نظرية الجراف للمراحل الدراسية المُختلفة.

٦) تدريب مُعلمي الرياضيات أثناء الخدمة على طُرق تدريس نظرية الجراف لطلابهم.

٧) تنوع المداخل التدريبية التي يمكن استخدامها في تقديم مفاهيم وتعميمات نظرية الجراف، مثل استخدام مدخل قائم على التعلم البنائي، واستخدام مدخل يعتمد على الإكتشاف باستخدام برامج الكمبيوتر التفاعلية، واستخدام مدخل تعليمي يعتمد على الحد من التجريد وقائم على التعلم النشط.

٨) يجب تضمين موضوعات من الرياضيات التي لها تطبيقات واقعية كالمنطق الفازي، وهندسة الفركتال، ونظرية الهيولية في رياضيات المرحلة الثانوية.

٩) العمل على تطوير التعليم الثانوية عن طريق تضمين جوانب تطبيقية وعملية في مادة الرياضيات.

(٥-٣) بحوث ودراسات مُقترحة:

في ضوء نتائج البحث يُمكن أن تنبثق البحوث والدراسات التالية:

١) إجراء دراسة مُماثلة للدراسة الحالية على مُتغيرات أخرى، كالتفكير الجبري، ومهارات البرهان الرياضي.

٢) إجراء دراسة مُماثلة للدراسة الحالية على مراحل دراسية أخرى، كالمرحلة الجامعية والإعدادية.

٣) دراسة أثر تضمين نظرية الجراف برياضيات المرحلة الإعدادية والثانوية على التفكير الإحتمالي، والقدرة على حل المُشكلات.

٤) إجراء دراسة للتعرف على أثر تدريس نظرية الجراف لمُعلمي الرياضيات على اتجاههم نحو تدريسها.

٥) إجراء دراسة للتعرف على أثر تدريس نظرية الجراف باستخدام التكنولوجيا الحديثة.

٦) إجراء المزيد من البحوث والدراسات لتوضيح الترابط بين فروع الرياضيات المُختلفة.

٧) إجراء المزيد من الدراسات والبحوث عن أثر تضمين الرياضيات التي لها تطبيقات واقعية مُباشرة (المنطق الفازي، هندسة الفركتال، نظرية الهيولية) برياضيات المراحل الدراسية المُختلفة وعلى مُتغيرات تابعة مُختلفة.

٨) دراسة تهدف إلى التعرف على مدى وعي المُعلمين بأهمية النمذجة الرياضية.