البـاب الاول
توزيعات المعاينـة

1-1 توزيع المعاينة للوسط الحسابي
2-1 توزيع المعاينة للنسبة

1-1 توزيع المعاينة للوسط الحسابي

$\bar{x}$

الوسط الحسابى لبيانات العينة = $\boxed{\bar{X}}$

الانحراف المعياري لبيانات العينة = s

الوسط الحسابى لبيانات المجتمع $=\mu_x$

الانحراف المعياري لبيانات المجتمع $=\sigma_x$

$\sigma_{\bar{x}}$

المتغير $\bar{X}$

الوسط الحسابي للمتغير $\bar{X}$ = $\mu_{\bar{x}}$

الخطأ المعياري للمتغير $\bar{X}$ = $\sigma_{\bar{x}}$

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$

نظرية النهاية المركزية

إذا سحبنا جميع العينات الممكنة والمستقلة التي لها نفس الحجم **n** من مجتمع ما فإن :

$$\mu_{\bar{x}} = \mu_x$$

في حالة السحب مع الإرجاع

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

السحب بدون إرجاع

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{m-n}{m-1}}$$

- يقترب توزيع المعاينة للوسط الحسابي من التوزيع الطبيعي كلما زاد حجم العينة وذلــك بغــض النظر عن شكل التوزيع الأصلي للبيانات، أي مهما كـــان شكل توزيع X.

مثال(1-1)

بفرض أن مجتمع ما يتكون من أربع وحدات هي (1، 2، 3، 4) وان حجم العينة المطلوب سحبها من هذا المجتمع=2 وحدة

1) في حالة السحب بدون إرجاع المطلوب اثبات أن

$E(X)=E(\bar{X})=\mu$, $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{m-n}{m-1}} = 0.6457$

2) إيجاد متوسط كل عينة من العينات الممكن سحبها في حالة السحب مع الإرجاع واثبات أن

$E(X)=E(\bar{X})=\mu$, $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$

الحل:

$$\mu = \frac{\sum x}{n} = \frac{1+2+3+4}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

x	P(x)	xp(x)	x^2p(x)
1	.25	.25	.25
2	.25	.5	1
3	.25	.75	2.25
4	.25	1	4
total	1	E(X)=2.5	E(x^2)=7.5

$$\sigma^2 = E(x^2) - [E(x)]^2 = 7.5 - (2.5)^2 = 1.25$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1,25} = 1.118$$

١) في حالة السحب بدون إرجاع

عدد العينات الممكن سحبها

$$r = {}^m c_n = {}^4 c_2 = 6$$

العينة	$\bar{X}$
1، 2	1.5
1، 3	2
1، 4	2.5
2، 3	2.5
2، 4	3
3، 4	3.5

$\bar{X}$	$p(\bar{X})$	$\bar{X}\,p(\bar{X})$	$\bar{X}^2\,p(\bar{X})$
1.5	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	0.375
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	0.667
2.5	$\frac{2}{6}$	$\frac{5}{6}$	2.083
3	$\frac{1}{6}$	0.5	1.5
3.5	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	2.042
المجموع	1	2.5	6.667

$$E(\bar{x}) = \sum \bar{x} p(\bar{x}) = 2.5$$

$$E(\bar{x}^2) = \sum \bar{x}^2 p(\bar{x}) = 6.667$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = E(\bar{x}^2) - [E(\bar{x})]^2 = 6.667 - 2.5^2 = 0.417$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2} = \sqrt{0.417} = 0.6457 \qquad (1)$$

ونلاحظ من التوزيع الاحتمالى للمتغير x أن

$$\frac{\sigma^2_x}{n}\left(\frac{m-n}{m-1}\right) = \frac{1.25}{2}\left(\frac{4-2}{4-1}\right) = \frac{2.5}{6} = 0.417$$

$$\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{m-n}{m-1}} = \sqrt{0.417} = 0.6457 \qquad (2)$$

من (1) ، (2)

$$\therefore \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{m-n}{m-1}} = 0.6457$$

العينة	$\bar{x}$
(1,1)	1
(1,2)	1.5
(1,3)	2
(1,4)	2.5
(2,1)	1.5
(2,2)	2
(2,3)	2.5
(2.4)	3
(3,1)	2
(3.2)	2.5
(3.3)	3
(3.4)	3.5
(4.1)	2.5
(4.2)	3
(4.3)	3.5
(4.4)	4

في حالة السحب مع الإرجاع

- عدد العينات الممكن سحبها من المجتمع
- $= m^n = 4^2 = 16$ عينة

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum \bar{x}}{r} = \frac{40}{16} = 2.5 = \mu$$

$\bar{X}$ $\bar{X}$

$\bar{x}$	عدد العينات	$p(\bar{x})$	$\bar{x}p(\bar{x})$	$\bar{x}^2$ $P(\bar{x})$
1	1	1 /16	1 /16	1 /16
1.5	2	2 /16	3 /16	9 /32
2	3	3 /16	6 /16	12 /16
2.5	4	4 /16	10 /16	25 /16
3	3	3 /16	9 /16	27 /16
3.5	2	2 /16	7 /16	49 /32
4	1	1 /16	4 /16	1
total	16	1	2.5	6.875

$$E(\bar{x}) = \sum \bar{x} p(\bar{x}) = 2.5$$

$$E(\bar{x}^2) = \sum \bar{x}^2 p(\bar{x}) = 6.875$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = E(\bar{x}^2) - [E(\bar{x})]^2 = 6.875 - 2.5^2 = 0.625$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2} = \sqrt{0.625} = 0.790 \qquad (1)$$

$$\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \frac{1.118}{\sqrt{2}} = 0.790 \qquad (2)$$

ومن (1)، (2) نلاحظ أن

$$\therefore \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = 0.790$$

شكرا لكم
أ. د. مرفت المحلاوي