جامعة دمياط - كلية العلوم - قسم الفيزياء

Electric circuits course (103 Ph.)

Faculty of Science

Physics + Phys. & comp.

A course Presented by:

Dr./ Ahmed S. El-Tawargy

د./ أحمد صلاح الدين التوارجي

Lecturer of experimental physics

Lecture (5)

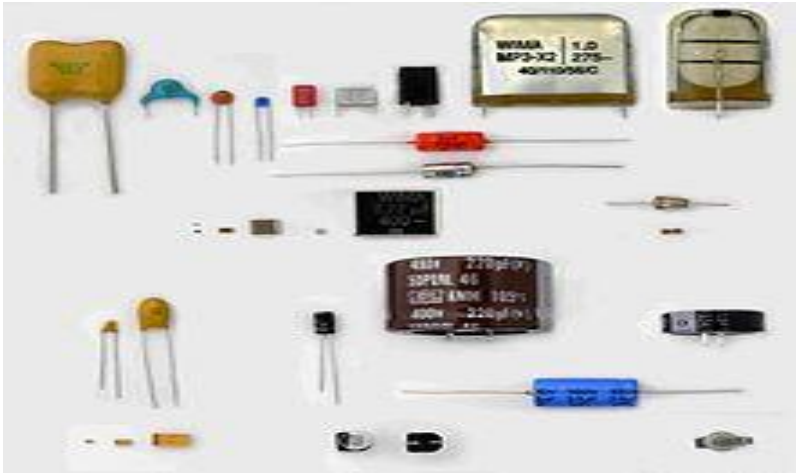
Capacitors and inductors in DC circuits

المكثفات و الملفات في دوائر التيار المستمر

A passive element (العنصر الخامل) is an electrical component that does not generate power, but instead dissipates, stores, and/or releases it. Passive elements include resistances, capacitors, and coils (also called inductors).
العنصر الخامل كالمقاومة و المكثف و الملف الكهربي لا يُنتج قدرة كهربية بذاته و لكنه على العكس من ذلك يستهلك القدرة أو يختزن الطاقة الكهربية.

A capacitor (المكثف) is a passive electrical component that stores electrical charge and has the property of capacitance المواسعة.

و بالأسفل بعض أشكال المكثفات الكهربية.



An inductor (الملف) is a passive electrical component formed by a coil of wire and which exhibits the property of inductance المحاثة.

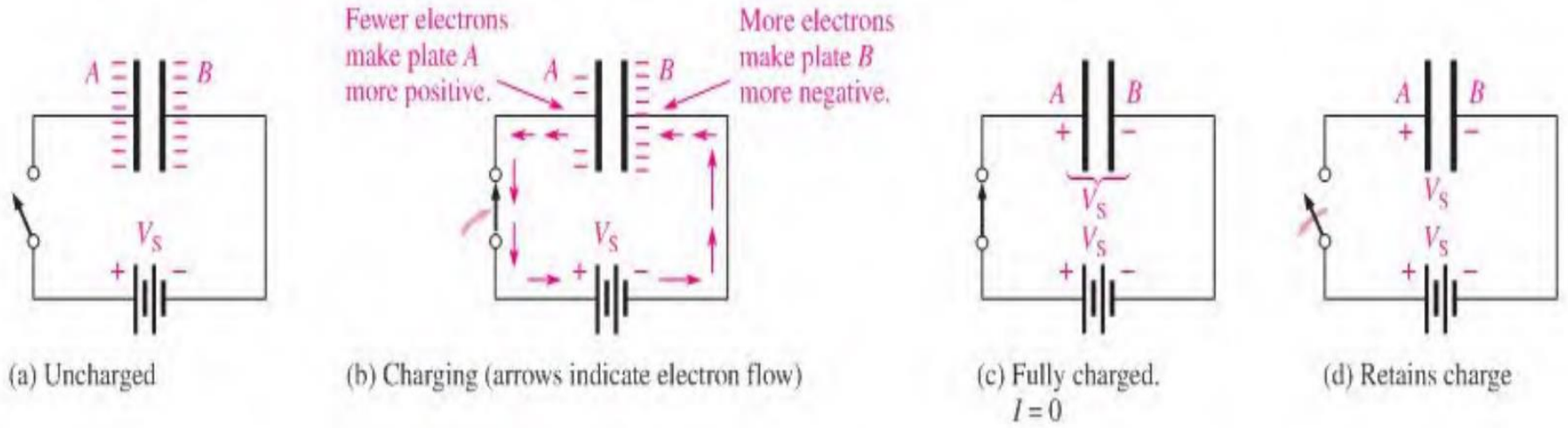
و بالأسفل بعض أشكال ملات الحث الكهربي.

توصيل المكثفات في دوائر التيار المستمر Capacitors in DC Circuits

- يتم اختزان طاقة كهربية في المكثف الكهربي عند توصيله ببطارية DC و بالتالي فهو مخزن للشحنة الكهربية (يعمل عمل البطارية إذا تم فصل البطارية من الدائرة و الاعتماد على المكثف كبطارية) و عملية الشحن تستغرق فترة زمنية معينة.
- يتم تفريغ هذه الشحنة خلال الدائرة الكهربية المغلقة خلال فترة زمنية معينة.
- قيمة سعة المكثف (و يرمز لها بالرمز C) من العوامل التي يعتمد عليها زمن شحن و تفريغ المكثف على كما سنرى.

Charging a Capacitor شحن المكثف

عملية شحن المكثف يُمكن فهمها من الأشكال الآتية بالترتيب من اليسار



الدائرة مفتوحة و المكثف غير مشحون.

عند غلق المفتاح يمر تيار و يبدأ شحن المكثف و تراكم للشحنات على جانبيه.

عند اكتمال الشحن و تمام تراكم الشحنات يتوقف مرور التيار الكهربي.

يظل المكثف محتفظاً بالشحنة أو الطاقة الكهربية حتى عند فصل البطارية.

- لابد أن تعرف الفرق بين رمز البطارية و رمز المكثف في الدائرة.

- لاحظ أنه مع عملية شحن المكثف يمر تيار و لكن قيمة التيار تقل بمرور زمن الشحن بينما تزيد قيمة فرق الجهد على طرفي المكثف.

During charging
I decreases
Vc increases

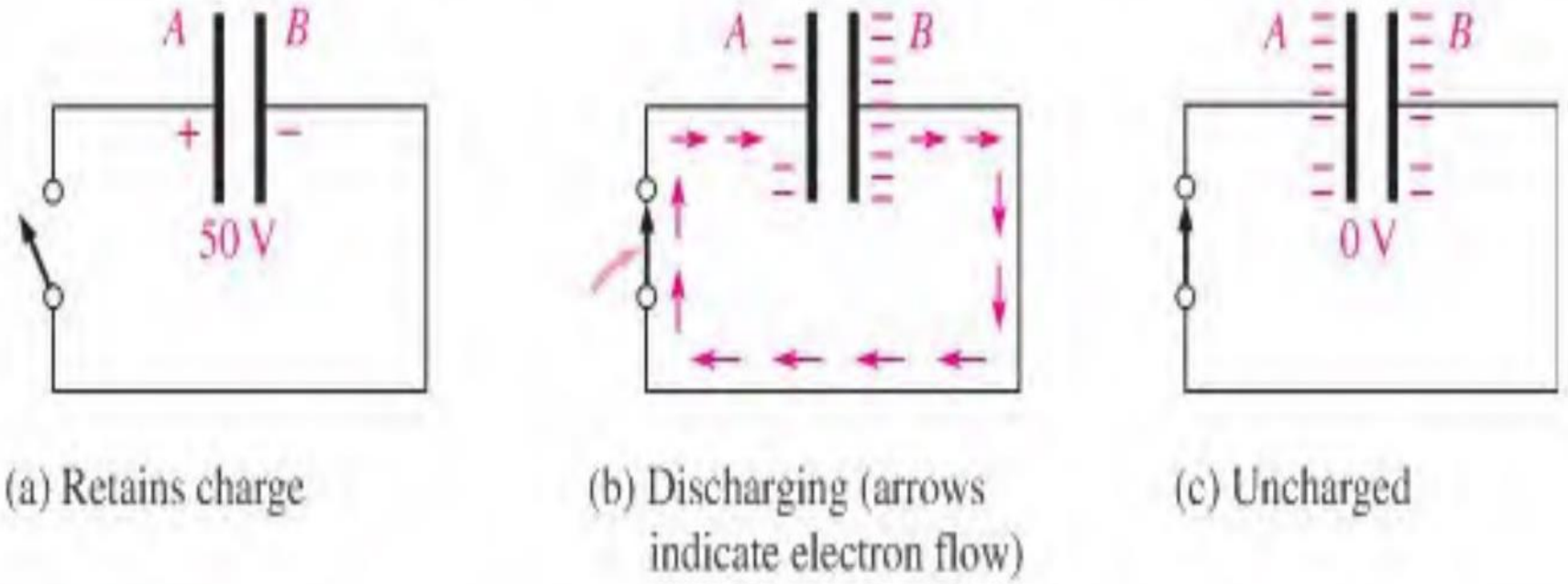
- عند اكتمال الشحن لا يمر تيار و بذلك فإنه يمكن القول بأن
A capacitor blocks DC

- يظل المكثف محتفظاً بشحنته حتى يتم تفريغها بتوصيله في دائرة كهربية لا تحتوى على بطارية.

- عند لمسك طرفي مكثف مشحون تتعرض لتفريغ الشحنة الكهربية خلال جسمك و تشعر بصدمة كهربية تعتمد شدتها على قيمة الشحنة الممختزنة في المكثف.

Discharging a Capacitor تفريغ (تسريب) شحنة المكثف

لتفريغ شحنة مكثف يكفي أن تغلق الدائرة (بدون وجود بطارية) بسلك أو مقاومة لتتم عملية تفريغ الشحنة خلال فترة زمنية تُسمى زمن التفريغ.



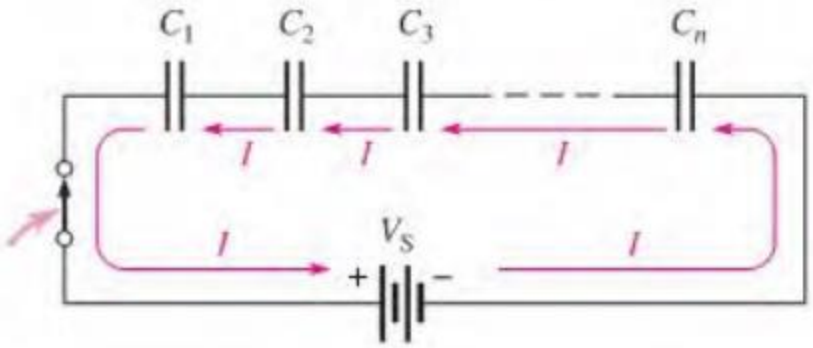
(a) Retains charge

(b) Discharging (arrows indicate electron flow)

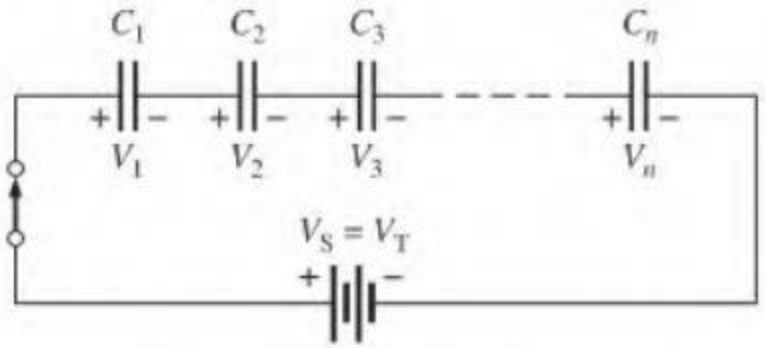
(c) Uncharged

During discharging
I decreases
Vc decreases

Series Capacitors توصيل المكثفات على التوالي



(a) Charging current is same for each capacitor, $I = Q/t$.



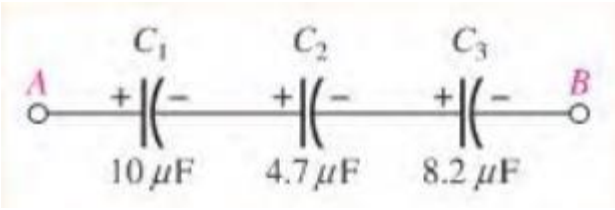
(b) All capacitors store same amount of charge and $V = Q/C$.

$$Q_T = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \cdots = Q_n \qquad V_T = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n$$

$$\frac{Q_T}{C_T} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} + \cdots + \frac{Q_n}{C_n}$$

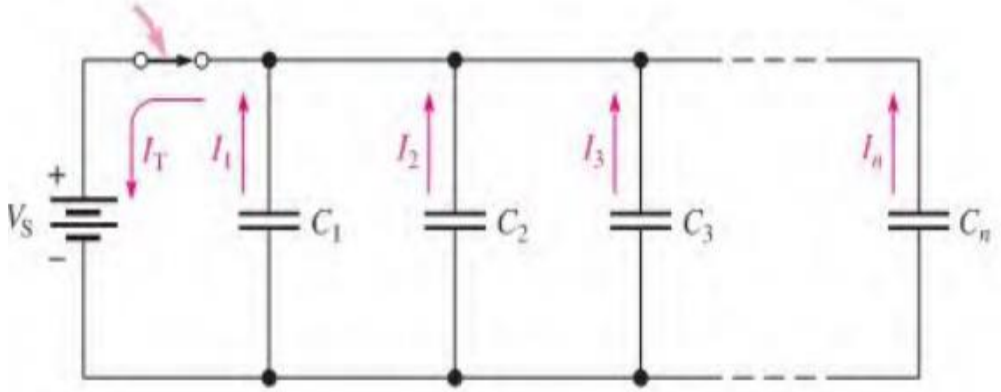
$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_n} \qquad C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_n}}$$

Determine the total capacitance between points A and B in Figure



$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{1}{\frac{1}{10\,\mu F} + \frac{1}{4.7\,\mu F} + \frac{1}{8.2\,\mu F}} = \mathbf{2.30\ \mu F}$$

Parallel Capacitors
توصيل المكثفات على التوازي



$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots + Q_n$$

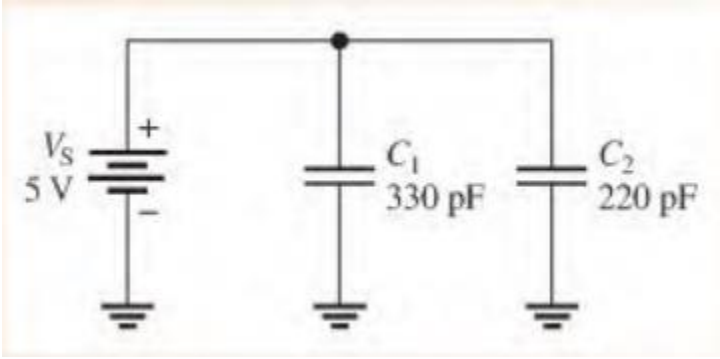
$$C_T V_T = C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3 + \cdots + C_n V_n$$

$$\text{Since } V_T = V_1 = V_2 = V_3 = \cdots = V_n$$

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_n$$

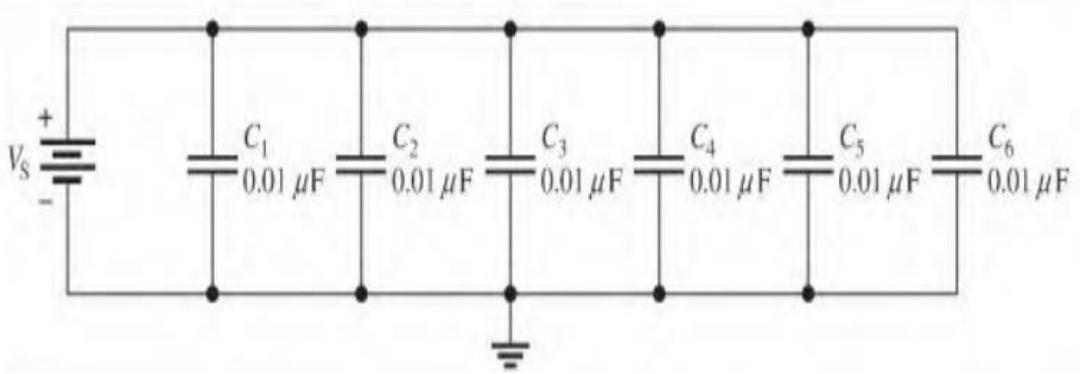
What is the total capacitance in Figure? What is the voltage across each capacitor?

$$C_T = C_1 + C_2 = 330\,\text{pF} + 220\,\text{pF} = \mathbf{550\,pF}$$



$$V_S = V_1 = V_2 = \mathbf{5\,V}$$

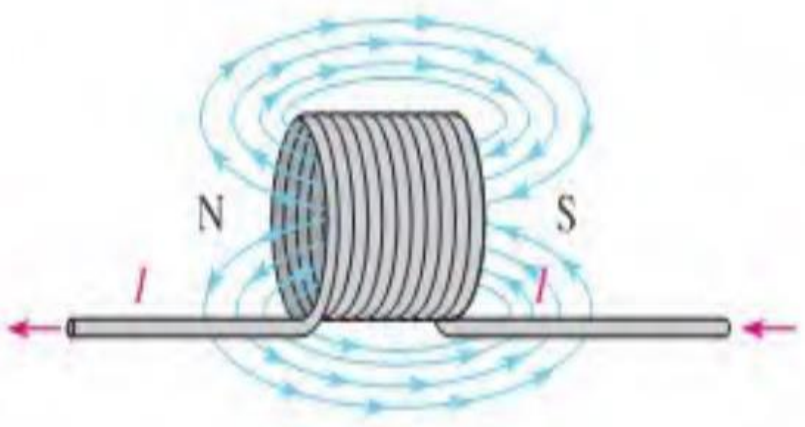
Determine C_T in Figure

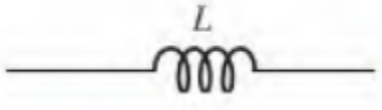


$$C_T = nC = (6)(0.01\,\mu\text{F}) = \mathbf{0.06\,\mu F}$$

The Basic Inductor (or coil) الملف الكهربي

An inductor is a passive electrical component formed by a coil of wire and exhibits the property of inductance. تعلم أن الملف الكهربي يتولد به حوله مجال مغناطيسي عند مرور تيار كهربي به.





Symbol for inductor.

$$v_{ind} = L\left(\frac{di}{dt}\right)$$

القوة الدافعة المستحثة تعتمد على قيمة الحث الذاتي L (و التي تقاس بالهنري H) للملف و معدل تغير التيار المار في الملف بالنسبة للزمن
و بالتالي نتوقع تغير (نمو أو اضمحلال) التيار و فرق الجهد بصورة ما كما حدث في حالتي شحن و تفريغ المكثف.

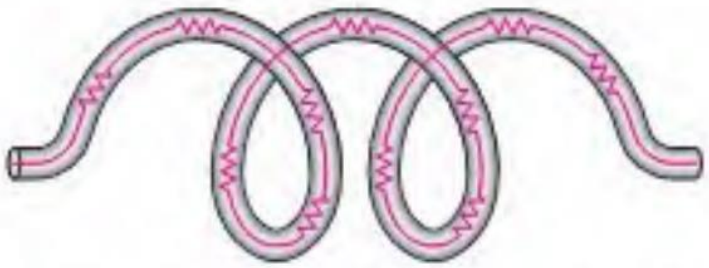
Determine the induced voltage across a 1 henry (1 H) inductor when the current is changing at a rate of 2 A/s.

$$v_{\text{ind}} = L\left(\frac{di}{dt}\right) = (1\text{ H})(2\text{ A/s}) = \mathbf{2\,V}$$

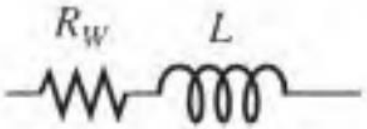
Winding Resistance

When a coil is made of a certain material, for example, insulated copper wire, that wire has a certain resistance per unit of length. When many turns of wire are used to construct a coil, the total resistance may be significant. This inherent resistance is called the dc resistance or the winding resistance (Rw)

في الحقيقة السلك المصنوع منه الملف له مقاومة R و بالتالي فالملف يكافئ لشكل الذي على اليمين



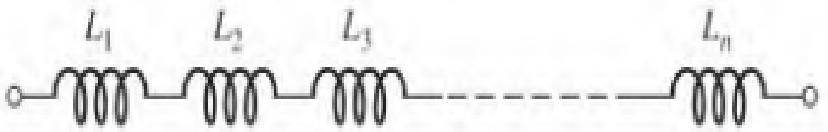
(a) The wire has resistance distributed along its length.



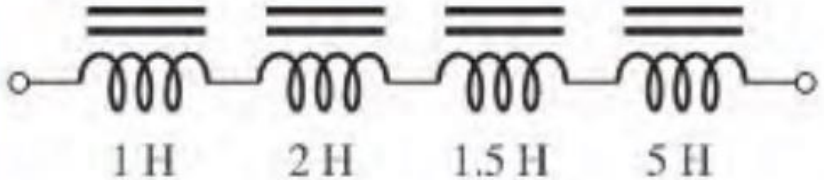
(b) Equivalent circuit

Series Inductance توصيل الملفات على التوالي

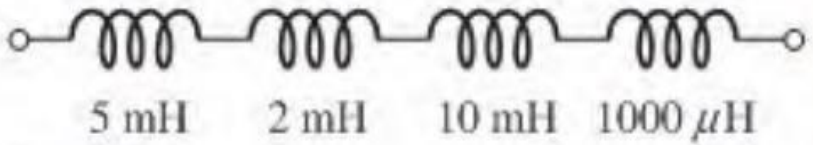
$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_n$$



Determine the total inductance for each of the series connections in Figure



(a)



(b)

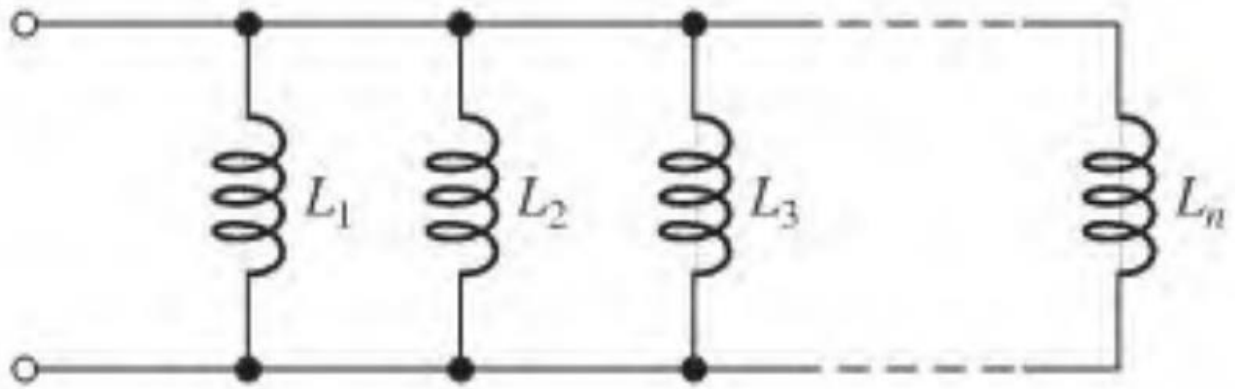
$$L_T = 1\,\text{H} + 2\,\text{H} + 1.5\,\text{H} + 5\,\text{H} = \mathbf{9.5\,H}$$

$$L_T = 5\,\text{mH} + 2\,\text{mH} + 10\,\text{mH} + 1\,\text{mH} = 18\,\text{mH}$$

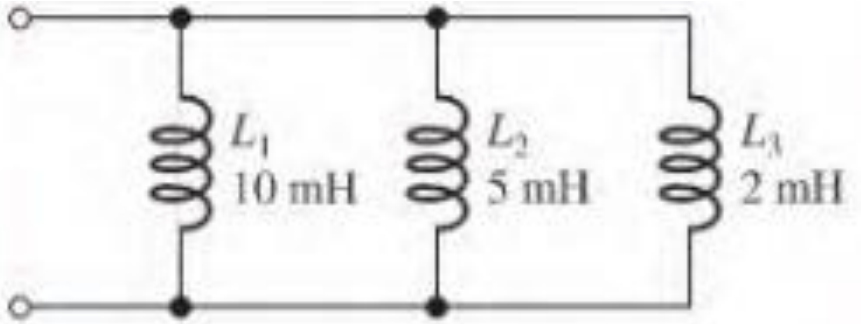
Parallel Inductance توصيل الملفات على التوازي

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \cdots + \frac{1}{L_n}$$

$$L_T = \frac{1}{\left(\frac{1}{L_1}\right) + \left(\frac{1}{L_2}\right) + \left(\frac{1}{L_3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{L_n}\right)}$$



Determine L_T in Figure

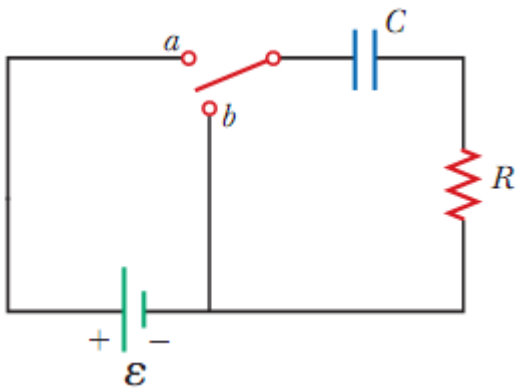


$$L_T = \frac{1}{\left(\frac{1}{L_1}\right) + \left(\frac{1}{L_2}\right) + \left(\frac{1}{L_3}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{10\,\text{mH}} + \frac{1}{5\,\text{mH}} + \frac{1}{2\,\text{mH}}} = \mathbf{1.25\,mH}$$

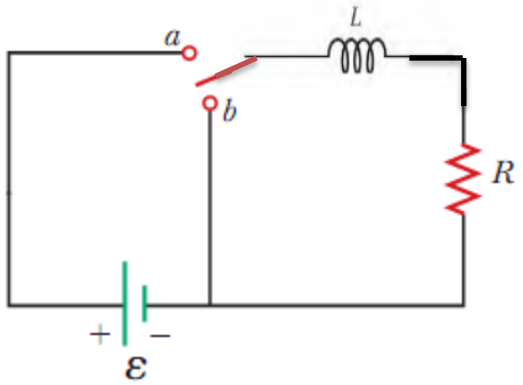
التيارات الانتقالية (العابرة) Transient currents

في حالة فتح أو غلق دائرة كهربية (تحتوي على ملف أو مكقف) فإنه يمر بها تيار متغير مع الزمن إلى أن يثبت.

والغرض من هذا الجزء هو دراسة هذه الظاهرة لأهميتها في بعض الأجهزة الكهربية التي تحتوي على عناصر من المكثفات والمقاومات والملفات. وجود هذه التيارات في بعض الأجهزة غير مرغوب فيه أو في بعض الأجهزة الأخرى تكون هذه التيارات جزء من نظام تشغيلها كما سوف نرى. سوف نكتفي بدراسة التيارات الانتقالية في بعض الدوائر البسيطة.



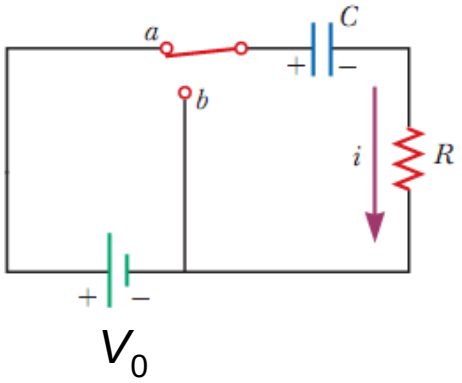
1- دوائر مكونة من مقاومة ومكثف RC Circuit



2- دوائر مكونة من مقاومة و ملف حثى RL Circuit

سنكتفي بدراسة حالة المقاومة و المكثف فقط

RC Circuit 1- دوائر مكونة من مقاومة ومكثف



أ- حالة الشحن:

تتكون الدائرة من مكثف سعتة C ومقاومة R متصلين على التوالي ويؤثر عليهما فرق جهد V. بتطبيق قانون كيروشوف نجد أن :

$$V_0 = V_R + V_C = IR + \frac{Q}{C}$$

But $Q = \int I dt$ So, $V_0 = IR + \frac{\int I dt}{C}$

By differentiating w.r.t. time: $R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0 \longrightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{dt}{RC}$

By integration: $\ln I = -\frac{t}{RC} + C_1$

حيث C_1 ثابت التكامل، فإذا كان عند الزمن $t = 0$ يكون التيار $I = I_0$ ينتج أن: $C_1 = \ln I_0$

$$\ln I = -\frac{t}{RC} + \ln I_0 \longrightarrow \ln\frac{I}{I_0} = -\frac{t}{RC} \longrightarrow I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

التغير في التيار مع الزمن من لحظة غلق المفتاح حيث يتضاءل أسياً مع الزمن

$I_0 = \frac{V_0}{R}$ تيار الشحن الابتدائي

لإيجاد تغير شحنة المكثف وفرق الجهد عبر المكثف كدالة في الزمن نتبع الآتي:

بتكامل المعادلة

$$Q = \int Idt = \int I_0 e^{-\frac{t}{RC}} dt$$

$$Q = -RI_0 Ce^{-\frac{t}{RC}} + C_2 = -CV_0 e^{-\frac{t}{RC}} + C_2$$

حيث C_2 ثابت التكامل. فإذا فرضنا أن $Q = 0$ عند $t = 0$ فنجد أن: $Q_0 = CV_0$

$$Q = CV_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \longrightarrow V_c = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \text{ or } Q = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

حيث:

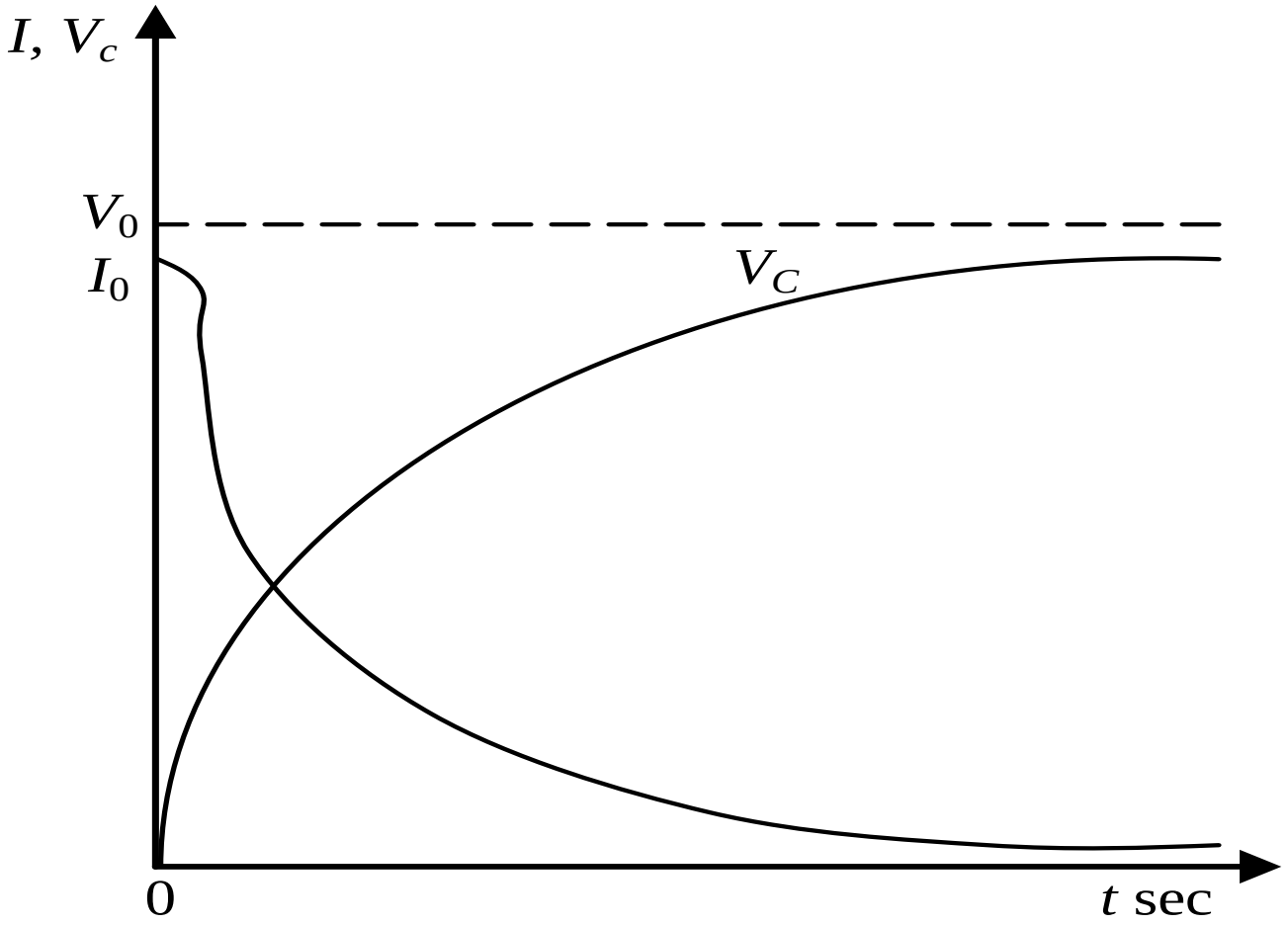
V_c = فرق جهد المكثف وهو مشحون كاملاً.

Q_c = شحنة المكثف وهو مشحون كاملاً.

= تيار الشحن الابتدائي. $I_0 = \frac{V_0}{R}$

لاحظ أن معادلتي التيار و الجهد المستنتجتان في الشريحتين السابقتين يُمكن تمثيلهما كما بالشكل التالي و هذا ما ذكرناه في البداية من أن التيار الكهربي يقل مع زمن الشحن بينما يزيد فرق الجهد على طرفي المكثف و كلاهما بشكل أسي.

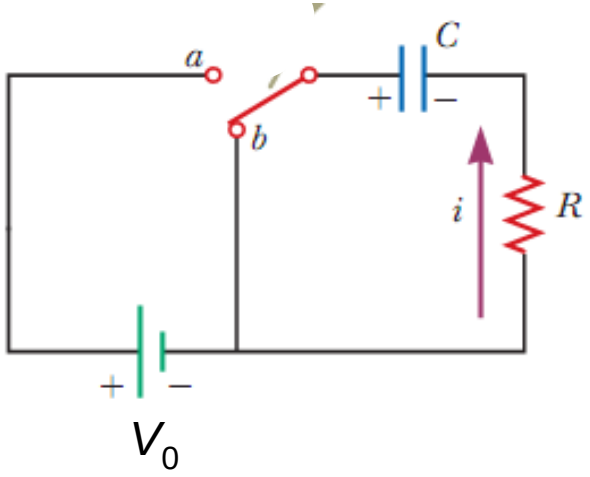
لاحظ أيضاً أن زمن الشحن يعتمد على قمتي C & R (كما سنرى بالتفصيل لاحقاً)



ب- حالة التفريغ: بنفس الطريق المتبعة سابقا في حالة الشحن يُمكن استنتاج شكل معادلتي التيار و الجهد في حالة التفريغ

نعتبر الآن شحنة المكثف المشحون (كما سبق شرحه) وذلك بفصل البطارية كما هو موضح بالشكل.

بتطبيق قانون كيروشوف نجد أن:



$$IR + \frac{Q}{C} = 0 \longrightarrow -R\frac{dQ}{dt} = \frac{Q}{C} \longrightarrow \frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{CR}$$

بتكامل المعادلة الأخيرة نجد أن:

$$\ln Q = -\frac{t}{CR} + C_3$$

حيث C_3 ثابت التكامل. عند $t = 0$ (لحظة فصل البطارية) كانت الشحنة Q_0 وعلى ذلك فإن $C_3 = \ln Q_0$

$$\ln Q - \ln Q_0 = -\frac{t}{CR} \longrightarrow \ln\left(\frac{Q}{Q_0}\right) = -\frac{t}{CR} \longrightarrow Q = Q_0 e^{-\frac{t}{CR}}$$

لاحظ أن تيار و جهد التفريغ يتناقصان أسياً.

$$V_C = V_0 e^{-\frac{t}{CR}} \qquad I = I_0 e^{-\frac{t}{CR}}$$

The RC Time Constant ثابت الزمن

The RC time constant is a fixed time interval that equals the product of the resistance and the capacitance in a series RC circuit.

$$\tau = RC$$

وهو الزمن اللازم لكي ***يصل تيار الشحن أو التفريغ*** إلى 0.37 من قيمته الابتدائية، وفي نفس الوقت يصل فرق الجهد عبر المكثف في حالة التفريغ إلى 0.37 من قيمته الابتدائية وإلى 0.63 من قيمته النهائية في حالة الشحن.

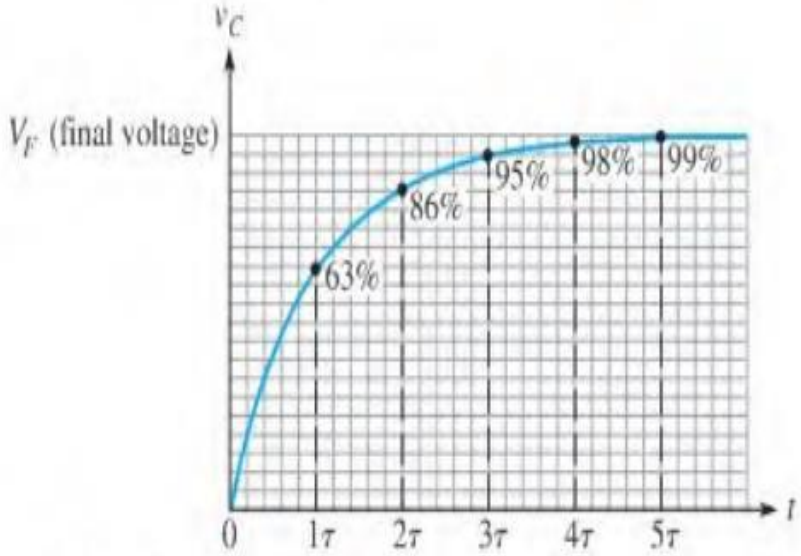
شحن أو تفريغ $I = I_0 e^{-\frac{t}{CR}}$ $\xrightarrow{t=RC}$ $I = I_0\, e^{-1} = 0.37\, I_0$

$$V_c = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

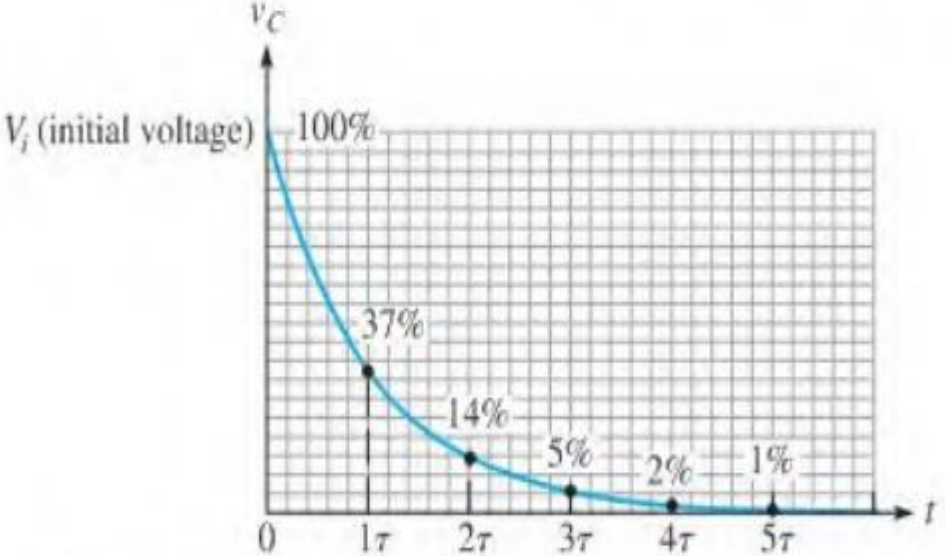
شحن

$$V_C = V_0 e^{-\frac{t}{CR}}$$

تفريغ



(a) Charging curve with percentages of the final voltage



(b) Discharging curve with percentages of the initial voltage

NUMBER OF TIME CONSTANTS	APPROXIMATE % OF FINAL CHARGE
1	63
2	86
3	95
4	98
5	99 (considered 100%)

NUMBER OF TIME CONSTANTS	APPROXIMATE % OF INITIAL CHARGE
1	37
2	14
3	5
4	2
5	1 (considered 0)

A series *RC* circuit has a resistance of 1.0 MΩ and a capacitance of 4.7 μF. What is the time constant?

$$\tau = RC = (1.0 \times 10^{6}\ \Omega)(4.7 \times 10^{-6}\ \text{F}) = \mathbf{4.7\ s}$$

A series *RC* circuit has a 270 kΩ resistor and a 3300 pF capacitor. What is the time constant?

Capacitor Applications

للمكثفات تطبيقات كثيرة في الدوائر و الأجهزة الكهربية و الإلكترونية.
منها على سبيل المثال:
أن المكثف يُمكن استخدامه في دوائر تقويم التيار المتردد و ذلك لغرض الوصول لتيار مستمر مثالي.
و منها استخدام المكثفات في دوائر تعتمد على شحن و تفريغ المكثف مثل ماسحات زجاج السيارة التي تتغير سرعتها بالتحكم في ذراع تحريك الماسحات لتغيير قيمة سعة المكثف المستخدم في هذه الدائرة و غيرها الكثير و الكثير من التطبيقات.

Capacitor Lab: Basics

https://phet.colorado.edu/en/simulation/capacitor-lab-basics

Capacitor Lab

https://phet.colorado.edu/en/simulation/capacitor-lab

Circuit Construction Kit: DC

https://phet.colorado.edu/en/simulation/circuit-construction-kit-dc

Circuit Construction Kit: DC - Virtual Lab

https://phet.colorado.edu/en/simulation/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab

Circuit Construction Kit (AC+DC)

https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac

Circuit Construction Kit (AC+DC), Virtual Lab

https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab